

ผลของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 ที่มีต่อมโนทัศน์
ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

The Effects of Organizing Mathematics Learning Activities Using the 4Ex2
Instructional Model on Mathematical Concept and Reasoning Ability
of Twelfth Grade Students

ชลกานต์ ชมภู¹ อาพันธ์ชนิต เจนจิต² พรรณทิพา พรหมรักษ์³
Chonlakan Chompoo¹ Apunchanit Jenjit² Pantipa Promarak³

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นของนักเรียน
หลังการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 กับเกณฑ์ร้อยละ 70 และ 2) เพื่อเปรียบเทียบ
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน
4Ex2 กับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 37 คน ซึ่งได้มาโดย
การสุ่มแบบแบ่งกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้
จำนวน 10 แผน 2) แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น มีค่าความเชื่อมั่น 0.85 3) แบบวัด
ความสามารถในการให้เหตุผล เรื่อง ความน่าจะเป็น มีค่าความเชื่อมั่น 0.81 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่
ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที (t-test for One Sample)

ผลการวิจัยพบว่า

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียน
การสอน 4Ex2 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียน
การสอน 4Ex2 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คำสำคัญ การจัดกิจกรรมรูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

¹นิสิตระดับมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

²อาจารย์ ดร. หัวหน้าภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

³อาจารย์ ดร. ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

ABSTRACT

The purposes of this research were 1) to compare mathematical concept in probability for twelfth grade students after organizing mathematics learning activities using the 4Ex2 instructional model and 2) to compare mathematical reasoning ability in probability for twelfth grade students after organizing mathematics learning activities using the 4Ex2 instructional model.

The participants, selected by the cluster random sampling technique, were 37 twelfth grade students of the academic year B.E. 2/2558. The research instruments used in this research consisted of ten probability lesson plans, mathematical concept test with the reliability of 0.85 and mathematical reasoning ability test with the reliability of 0.81. The statistical techniques established for analyzing the data were mean, standard deviation, and one sample t-test.

Research results found that:

1. Mathematical concept in probability for twelfth grade students after organizing mathematics learning activities using the 4Ex2 instructional model was higher than the criterion of 70% at the .05 level.

2. Mathematical reasoning ability in probability for twelfth grade students after organizing mathematics learning activities using the 4Ex2 instructional model was higher than the criterion of 70% at the .05 level.

Keywords : Organizing mathematics learning activities 4Ex2 instructional model,

Mathematical concept, Mathematical reasoning ability

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ และความเจริญก้าวหน้าของโลก มนุษย์ใช้คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการศึกษาวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ รวมทั้งใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการพัฒนาการคิด จากข้างต้นเราจะเห็นว่าคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ซึ่งกระทรวงศึกษาธิการเห็นความสำคัญนี้จึงบรรจุคณิตศาสตร์เป็นกลุ่มสาระการเรียนรู้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, หน้า 1)

จากสรุปรายงานวิจัยของ เวชฤทธิ์ อังกะนัทพรจจร (2546) เรื่อง การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโมเดลที่ตลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า ในแต่ละช่วงชั้น

นักเรียนมีโมเดลที่ตลาดเคลื่อนทั้ง 4 ด้าน ที่ทำการศึกษา ได้แก่ ด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตรวจสอบแก้ปัญหา โดยนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 มีโมเดลที่ตลาดเคลื่อนในสาระการเรียนรู้ ดังนี้ ระบบจำนวนจริง อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้ เรขาคณิตวิเคราะห์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เซต เมทริกซ์ และดิเทอร์มิแนนท์ จำนวนเชิงซ้อน เวกเตอร์ในสามมิติ ฟังก์ชันเอกโปเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึม ฟังก์ชันตรีโกณมิติและการประยุกต์ ลำดับและอนุกรม ความน่าจะเป็น สถิติเบื้องต้น กำหนดการเชิงเส้น การแจกแจงปกติ การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น แคลคูลัสเบื้องต้น และจากคำกล่าวของ อัมพร ม้าคนอง (2552, หน้า 2) ที่ว่า ผู้เรียนไทยยังมีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ไม่ดีพอทั้งในเรื่องของความรู้พื้นฐาน การคิด และความสามารถในการนำความรู้ไปใช้ จึงมี

ความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์มากกว่าที่เป็นอยู่ ซึ่งหมายถึงต้องมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ดีพอ มีศักยภาพในการคิดที่หลากหลาย ทั้งคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดอย่างมีวิจารณญาณ และสามารถนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้แก้ปัญหาได้ ซึ่งการที่ผู้เรียนจะมีความรู้ความสามารถดังกล่าวได้ จะต้องมีความรู้ความเข้าใจที่ถ่องแท้เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เรียน นั่นคือ ต้องมีความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ของครูผู้สอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่สอนในแผนการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี พบว่า ความเข้าใจของนักเรียนที่มีต่อเนื้อหา คลาดเคลื่อนกว่าที่ควรจะเป็น ความเข้าใจในมโนทัศน์ของนักเรียนยังมีความคลาดเคลื่อนอยู่ โดยมักจะพบในเนื้อหาเรื่องความน่าจะเป็น (พจนีย์ เถิงจำง, สัมภาษณ์, 8 ตุลาคม 2558)

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลักษณะสำคัญ ความหมาย ที่มา หรือการขยายความ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม นิยาม เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้ผู้เรียนสามารถจำแนกสิ่งที่มีลักษณะตามความคิดนามธรรมนั้นๆ ได้ และสามารถระบุได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นตัวอย่าง หรือไม่ใชตัวอย่างของความคิดนามธรรมนั้น (อัมพร ม้าคนอง, 2557, หน้า 15) โดยที่การเรียนรู้มโนทัศน์ จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้นถึงระดับสูงสุดได้ และนอกจากนั้นยังช่วยผู้เรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้น (นวลจิตต์ เขาวงกิตพิงค์, 2537, หน้า 57) ซึ่งอัมพร ม้าคนอง (2557, หน้า 22) ได้ให้ความคิดเห็นไว้ว่า ในการพัฒนาโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนจะต้องจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่มีความหมาย พัฒนาการคิดในลักษณะต่างๆ ควบคู่กับการพัฒนาโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ออกแบบกิจกรรมและงานให้สอดคล้องกับมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนาให้ผู้เรียน โดยอาจต้องมีการวิเคราะห์มโนทัศน์ย่อยที่จะสอนก่อน จากนั้น จึงออกแบบกิจกรรมสำหรับแต่ละมโนทัศน์และเมื่อดำเนินการจัดกิจกรรม เลือกใช้สื่อเอกสารประกอบการสอน นวัตกรรม และเทคโนโลยีทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนา

และผู้สอนจะต้องประเมินผลการพัฒนามโนทัศน์เป็นระยะๆ อย่างต่อเนื่องในกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน ทั้งการประเมินรายบุคคลและการประเมินโดยรวม โดยเฉพาะอย่างยิ่ง การประเมินพัฒนาการของผู้เรียนแต่ละคน นอกจากนี้ ผู้สอนควรสะท้อนการสอนของตนจากผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนเพื่อที่จะปรับการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

โดยการสอนให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการเรียนและสามารถใช้ชีวิตอย่างประสบความสำเร็จในศตวรรษที่ 21 นั้น ผู้สอนต้องมีความเข้าใจอย่างลึกซึ้งและสามารถสอนให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง การสอนความรู้ในเนื้อหาผนวกกับการใช้สถานการณ์ที่จะช่วยให้ผู้เรียนวินิจฉัยและแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม และสามารถดึงทรัพยากรมาใช้ได้อย่างเหมาะสม ตลอดจนเรียนรู้และเข้าใจกฎและหลักการของอาชีพที่ผู้เรียนจะประกอบในอนาคต ซึ่งพื้นฐานสำคัญอันจะทำให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จได้นั้น นอกจากการรู้หนังสือ (Literacy) การรู้ตัวเลข (Numeracy) แล้วความสามารถในการให้เหตุผล (Reasoning ability) ยังเป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ส่งเสริมความสำเร็จให้แก่ผู้เรียนความสามารถในการให้เหตุผลเปรียบเสมือนความสามารถในการเดินทางจากจุด ก ที่เป็นปัญหาไปยังจุด ข ที่เป็นคำตอบของปัญหาอย่างมีเหตุผล มีทิศทางมากกว่าการเดาสุ่มรู้จุดหมาย (วิชัย เสวกงาม, 2557, หน้า 207-223) และสอดคล้องกับคำกล่าวของ สิริพร ทิพย์คง (2542, หน้า 11) ได้กล่าวว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมืออันหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาความสามารถในการคิดของคน เพื่อให้บุคคลนั้นเป็นคนมีเหตุผล และมีความสามารถในการที่จะใช้ความคิดได้อย่างมีประสิทธิภาพ ปัญหาที่สำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ การขาดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียน อีกทั้งจากผลการสัมภาษณ์ของผู้สอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี พบว่า นักเรียนมักใช้ความรู้ความจำ นักเรียนไม่สามารถใช้ความเข้าใจมาให้เกิดผลได้ ควรมีการพัฒนา นักเรียนในด้านการวิเคราะห์และสรุปเนื้อหาเพื่อให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด จึงจะสามารถให้เหตุผลได้

โดยเนื้อหาที่มักพบปัญหาการให้เหตุผล คือ เนื้อหาในเรื่องความน่าจะเป็น (พีรพัฒน์ สามัญ, สัมภาษณ์, 9 ตุลาคม 2558)

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นการอธิบายความสัมพันธ์ในทางคณิตศาสตร์ ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ การเชื่อมโยง และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง เพื่อหาข้อสรุปที่ถูกต้อง ซึ่งศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 176-179) ได้กล่าวว่า ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรเริ่มส่งเสริมให้นักเรียนได้เกิดการคิด การวิเคราะห์ และการสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผลภายใต้บรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดและแก้ปัญหาพร้อมกัน โดยใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้ และในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรเริ่มส่งเสริมให้นักเรียนได้เกิดการคิด การวิเคราะห์ และการสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผลภายใต้บรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดและแก้ปัญหาพร้อมกัน โดยใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้ (ศศิธร แม้นสงวน, 2556, หน้า 176-179)

จากแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้น จะเห็นได้ว่า ในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลนั้นผู้สอนประเมินผลการพัฒนามโนทัศน์เป็นระยะๆ อย่างต่อเนื่องในกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน สะท้อนการสอนของตนจากผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน รวมถึงใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้ ซึ่งตรงกับแนวทางการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 ซึ่งเป็นกระบวนการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโดยผู้สอนตั้งคำถามกระตุ้นผู้เรียนใช้กระบวนการทางความคิด เน้นการให้ผู้เรียนหาเหตุผลจนค้นพบความรู้หรือแนวทางในการแก้ไขปัญหาที่ถูกต้องด้วยตนเอง โดยผสมผสานการสะท้อนอภิปราย และประเมินระหว่างเรียน

การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 (อ่านว่า ลี-อี-คูณ-สอง) ซึ่งให้ความสำคัญกับการประเมินผล และการสะท้อนอภิปราย โดยการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 เป็นการดัดแปลงรูปแบบหนึ่งของ รูปแบบการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ของ BSCS (Bybee et al., 2006) โดยที่มี E ทั้ง 4 ตัวคือ Engage (ขั้นสร้างความสนใจ), Explore (ขั้นสำรวจ), Explain (ขั้นอธิบาย), Extend (ขั้นขยายความรู้) ซึ่งการประเมินผลและการสะท้อนจะเกิดอย่างต่อเนื่องตลอดกระบวนการเรียนรู้ในแต่ละขั้นเป็นการแสดงถึงการคูณสอง (Tyminski, Haltwanger, Zambak, Horton and Hedetniemi, 2013, p. 335) การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 จึงเหมาะสมในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และทักษะและกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยจึงสนใจการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนต่อไป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 กับเกณฑ์ ร้อยละ 70
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 กับเกณฑ์ ร้อยละ 70

กรอบแนวคิดของการวิจัย

การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E (BSCS, 2006, pp. 4-13; BSCS, 1980 อ้างถึงใน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2546, หน้า 219-220) ประกอบด้วย แต่ละขั้นต่อไปนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ
2. ขั้นสำรวจและค้นหา
3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป
4. ขั้นขยายความรู้
5. ขั้นประเมิน

การสะท้อนอภิปราย (Shepardson and Britsch, 2001 อ้างถึงใน Marshall, 2008, p. 3)

การสะท้อนอภิปรายเป็นการรวมเอา การสะท้อนความสามารถของบุคคลที่มีต่อ กระบวนการคิดของตนเอง เพื่อควบคุมกำกับ กระบวนการทางการคิด และสามารถเลือกกลวิธี ในการวางแผนและประเมินการเรียนรู้ ของตนเองได้ เพื่อให้การเรียนรู้หรือการ ปฏิบัติงานต่างๆ บรรลุตามวัตถุประสงค์ได้ อย่างมีประสิทธิภาพ

การประเมินระหว่างเรียน (โกวิท ประมวลพฤษ, 2523, หน้า 10; พรหมพรธน อุดมสิน, 2533, หน้า 6; พรทิพย์ ไชยใส, 2544, หน้า 69; ทวีตถ์ มณีโชติ, 2549, หน้า 9-10 และศิริวรรณ พิริยะสุรวงศ์, 2554, หน้า 220)

การประเมินระหว่างเรียน เป็นกระบวนการ ที่ครูใช้ในการรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับผู้เรียน ในระหว่างเรียน เพื่อตรวจสอบความก้าวหน้า หรือพัฒนาการของผู้เรียนและใช้ผลการประเมิน ไปปรับปรุงกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E2 (Marshall, Horton and Smart, 2008, pp. 506-516)

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engage) ในขั้นนี้ผู้สอนจะจัดกิจกรรมเพื่อตรวจสอบ ความรู้เดิม หรือพิจารณาโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หรือความเข้าใจในสถานการณ์ ปัญหาที่กำหนดให้ และหาแรงกระตุ้น รวมถึงโน้มน้าวความสนใจ ของนักเรียน โดยอาจยกสถานการณ์ปัญหา หรือปัญหาที่ไม่สามารถแก้ได้ในขณะนั้น เพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะแก้ปัญหาดังกล่าว

การสะท้อนอภิปราย ในส่วนนี้ผู้สอนอาจจะใช้คำถามกระตุ้น โดยนักเรียน จะเป็นผู้สะท้อนการระดมความคิดเกี่ยวกับสถานการณ์ที่กำหนดให้ หรือ การเชื่อมโยงจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ไปสู่ความรู้เดิม ซึ่งพิจารณาจากการตอบ คำถามหรือการจดบันทึกของนักเรียน

การประเมินระหว่างเรียน ผู้สอนอาจจะใช้การทดสอบก่อนเรียน หรือสังเกต จากการสะท้อนอภิปรายของนักเรียนเพื่อประเมินความเข้าใจความรู้เดิม หรือโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้เดิม หรือความเข้าใจที่ผิดพลาด เกี่ยวกับสถานการณ์ที่ยกให้

2. ขั้นสำรวจ (Explore) ผู้สอนจะกระตุ้นให้นักเรียนได้ค้นหาอย่างละเอียด โดยผ่านกระบวนการอย่างใดอย่างหนึ่ง ดังนี้ คาดเดา ออกแบบ รวบรวมข้อมูล และหาเหตุผล

การสะท้อนอภิปราย ผู้สอนจะใช้คำถามกระตุ้น เพื่อให้นักเรียนสะท้อน วิธีการวางแผนเกี่ยวกับการแก้สถานการณ์ปัญหา หรือการกำหนดแนวทาง ในการแก้ปัญหา

การประเมินระหว่างเรียน ผู้สอนจะใช้คำถาม หรือให้นักเรียนจดบันทึก โดยประเมินว่า กระบวนการในการแก้ไขสถานการณ์ปัญหาและเหตุผลประกอบ แนวทางการแก้ปัญหา มีความเหมาะสมหรือไม่

3. ขั้นอธิบาย (Explanation, Explain) ในขั้นนี้ผู้สอนจะให้นักเรียนนำความรู้เดิม ที่มีได้จากขั้นสร้างความสนใจ และวิธีการแก้ปัญหา มาวิเคราะห์หาข้อสรุป รวมถึงจะมีการแบ่งปันความคิดเห็นของนักเรียน แล้วให้นักเรียนอภิปราย และให้เหตุผล

การสะท้อนอภิปราย ผู้สอนจะใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเป็นผู้สะท้อน เกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้จากการแก้สถานการณ์นั้นๆ

การประเมินระหว่างเรียน ผู้สอนจะพิจารณาการใช้ความสามารถ ในการให้เหตุผลหรือการสังเคราะห์วิธีการในการแก้ไขสถานการณ์ของนักเรียน โดยพิจารณาจากการอภิปราย การตอบคำถาม หรือการจดบันทึก

4. ขั้นขยายความรู้ (Extend) ในขั้นนี้ผู้สอนจะสร้างปัญหาใหม่ ที่ใช้โมทัศน์ จากขั้นอธิบายมาเป็นเหตุผลในการแก้ปัญหา

การสะท้อนอภิปราย นักเรียนจะสะท้อนว่าจะนำความรู้ที่ได้จากขั้นอธิบาย มาประยุกต์ใช้แก้สถานการณ์ใหม่อย่างไร โดยใช้การอภิปรายกัน หรือพิจารณา จากการจดบันทึก

การประเมินระหว่างเรียน ผู้สอนให้นักเรียนอภิปราย หรือนำเสนอ หรือจดบันทึก เพื่อแสดงเหตุผลในการแก้ปัญหา โดยผู้สอนจะพิจารณาว่านักเรียน ยังมีจุดอ่อน

ภาพประกอบ กรอบแนวคิดของการวิจัย

วิธีดำเนินการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 4 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 143 คน

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/4 จำนวน 37 คน โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบแบ่งกลุ่ม (Cluster random sampling)

3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบไปด้วย

3.1 แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 จำนวน 10 แผน ซึ่งได้คะแนนเฉลี่ยของความเหมาะสมของแผนการจัดการจัดการเรียนรู้นี้ เป็น 4.73 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.46

3.2 แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ ซึ่งมีค่าดัชนีความสอดคล้อง 0.8-1 ได้ค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.56-0.75 และค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.25-0.69 ค่าความเชื่อมั่น 0.85

3.3 แบบทดสอบทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ซึ่งมีค่าดัชนีความสอดคล้อง เป็น 1 ทุกข้อ ค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.38-0.72 และค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.36-0.61 ค่าความเชื่อมั่น 0.81

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

4.1 เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 เทียบกับเกณฑ์ ร้อยละ 70 โดยใช้การทดสอบ t-test for one sample

4.2 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 กับเกณฑ์ ร้อยละ 70 โดยใช้การทดสอบ t-test for one sample

5. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

5.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่ ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ แบบมาตราส่วนประมาณค่า, ค่าความเที่ยงตรงตามเนื้อหาและตามโครงสร้าง, ค่าความเชื่อมั่น, ดัชนีความง่าย และดัชนีอำนาจจำแนก

5.2 สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน การทดสอบค่าเฉลี่ยในหนึ่งตัวอย่าง (One sample t-test)

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง ความน่าจะเป็น หลังได้รับการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 กับเกณฑ์ ร้อยละ 70

หลังได้รับการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 ค่าเฉลี่ยของคะแนนมโนทัศน์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง ความน่าจะเป็น มีค่าเท่ากับ 14.97 คะแนน จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.26 และคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ร้อยละ 70

หลังจากการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 ค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง ความน่าจะเป็น มีค่าเท่ากับ 14.76 คะแนน จากคะแนนเต็ม 20 คะแนนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.42 โดยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีคะแนนสูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

สรุปผลการวิจัย

จากการวิจัย เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สามารถสรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง ความน่าจะเป็น สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก ผลของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 โดยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จะเกิดในขั้นอธิบาย เนื่องจากผู้สอนจะใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเป็นผู้สะท้อนเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้จากการแก้สถานการณ์นั้นๆ และนักเรียนมีการพัฒนาจากนักเรียนไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถามในระยะแรกไปสู่การตอบคำถาม โดยอ้างอิง ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น อย่างครบถ้วน และถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Marshall (2008) ที่ว่าผลของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 เป็นการจัดการเรียนการสอนโดยผู้สอนตั้งคำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้กระบวนการทางความคิด เน้นการให้ผู้เรียนหาเหตุผลจนค้นพบความรู้ โดยผสมผสานการสะท้อนอภิปรายอยู่ตลอดการเรียนรู้ ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจใหม่มโนทัศน์อย่างลึกซึ้ง

การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 เป็นการดัดแปลงรูปแบบหนึ่งของรูปแบบการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ของ BSCS (Bybee et al., 2006) โดยที่มี E ทั้ง 4 ตัวคือ Engage (ขั้นสร้างความสนใจ) Explore (ขั้นสำรวจ) Explain (ขั้นอธิบาย) และ Extend (ขั้นขยายความรู้) (Tyminski, Haltwanger, Zambak, Horton and Hedetniemi, 2013, p. 335) โดยมีรายละเอียดของ 4E ดังนี้ ขั้นสร้างความสนใจ (engagement) เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเรื่องที่สนใจ ซึ่งอาจเกิดขึ้นเองจากความสงสัย หรืออาจเริ่มความสนใจของตัวนักเรียนเอง หรือเกิดจากการอภิปรายในกลุ่ม เรื่องที่น่าสนใจอาจมาจากเหตุการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นอยู่ในช่วงเวลานั้น หรือเป็นเรื่องที่เชื่อมโยงกับความรู้เดิมที่เพิ่งเรียนรู้มาแล้ว เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนสร้างคำถามกำหนดประเด็นที่จะศึกษา ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) เมื่อทำความเข้าใจในประเด็นหรือคำถามที่สนใจจะศึกษาอย่างถ่องแท้แล้ว ก็มีการวางแผนกำหนดแนวทางการสำรวจตรวจสอบ ตั้งสมมติฐาน กำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้ ลงมือปฏิบัติเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล ข้อเสนอแนะ หรือปรากฏการณ์ต่างๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในขั้นต่อไป ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation, Explain) เมื่อได้ข้อมูลอย่างเพียงพอจากการสำรวจตรวจสอบแล้ว จึงนำข้อมูล ข้อเสนอแนะที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล สรุปผลและนำเสนอผลที่ได้ในรูปแบบต่างๆ และขั้นขยายความรู้ (Elaboration, extend) เป็นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิมหรือแนวคิดที่ได้ค้นคว้าเพิ่มเติมหรือนำแบบจำลองหรือข้อสรุปที่ได้ไปใช้อธิบายสถานการณ์ หรือเหตุการณ์อื่นๆ ทำให้เกิดความรู้กว้างขวางขึ้น ซึ่งตรงกับแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ของนักเรียน นั่นคือ ผู้เรียนจะเกิดมโนทัศน์ได้ดีเมื่อมีโอกาสได้ศึกษาด้วยตนเอง มีการชี้แนะให้เกิดการเชื่อมโยงประสบการณ์ และจะมีความคงทนเมื่อได้มีโอกาสนำการเรียนรู้มโนทัศน์นั้นไปใช้ประโยชน์ (นวลจิตต์ เชาวเกียรติพงศ์, 2537, หน้า 59) โดยในแต่ละขั้นจะมีการประเมินระหว่างเรียน และสะท้อนอภิปัญญาอยู่ตลอดการจัดการเรียนรู้ โดยสอดคล้องกับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งควรดำเนินการประเมินการพัฒนามโนทัศน์เป็นระยะๆ อย่างต่อเนื่องในกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน

นอกจากนี้ ผู้สอนควรสะท้อนการสอนของตนจากผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนเพื่อที่จะปรับการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น (อัมพร ม้าคนอง, 2557, หน้า 22)

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง ความน่าจะเป็นสูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐาน ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากผลของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 โดยความสามารถในการให้เหตุผลจะเกิดในขั้นสำรวจชั้นอธิบาย และขั้นขยายความรู้ เนื่องจากในขั้นสำรวจนักเรียนจะต้องให้เหตุผลประกอบแนวทางการแก้ปัญหาในขั้นอธิบาย นักเรียนจะต้องให้เหตุผลหรือการสังเคราะห์วิธีการในการแก้ไขสถานการณ์ของนักเรียน และในขั้นขยายความรู้นักเรียนจะต้องแสดงเหตุผลในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ ซึ่งเป็นการจัดการเรียนการสอนโดยผู้สอนตั้งคำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้กระบวนการทางความคิด เน้นการให้ผู้เรียนหาเหตุผลจนค้นพบความรู้โดยผสมผสานการสะท้อนอภิปรายอยู่ตลอดการเรียนรู้ ซึ่งจะทำให้ นักเรียนเข้าใจในโมทัศน์อย่างลึกซึ้ง (Marshall, 2008, p. 12)

สอดคล้องกับ เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 119-120) ซึ่งได้กล่าวว่าปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล คือ ผู้สอน โดยผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียน โดยสร้างบรรยากาศให้ผู้เรียนเกิดความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจได้ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงเหตุผล ซึ่งเป็นสิ่งที่สำคัญมากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนควรสนับสนุนส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พูดอธิบาย และแสดงเหตุผลแนวคิดอย่างอิสระ โดยการแสดงเหตุผลอาจทำด้วยวาจา ด้วยการเขียน โดยใช้ภาษาต่างๆ หรือใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริง ผู้สอนควรถามบ่อยๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้ผู้เรียนคิดและแสดงเหตุผลจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหาวิธีพิสูจน์ สังเกตแบบรูปชี้แจงเหตุผลของแนวคิด ให้ความสำคัญในการฟังความ

คิดเห็นของผู้เรียน และให้ผู้เรียนได้เกิดการรับฟังและทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสอภิปรายและเปรียบเทียบคำตอบที่ต่างกันของปัญหาและได้อธิบายเกี่ยวกับปัญหาเหล่านั้น และผู้สอนจะต้องทำให้ผู้เรียนรู้ว่าผู้สอนให้ความสำคัญต่อความเข้าใจและการให้เหตุผล โดยผู้สอนจะต้องประเมินสิ่งเหล่านี้อย่างสม่ำเสมอ และในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรเริ่มส่งเสริมให้นักเรียนได้เกิดการคิด การวิเคราะห์ และการสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล ภายใต้บรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดและแก้ปัญหาร่วมกัน โดยใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้ (ศศิธร แม่นสงวน, 2556, หน้า 176-179)

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 ผู้สอนควรตั้งคำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้กระบวนการทางความคิด เน้นการให้ผู้เรียนหาเหตุผลจนค้นพบความรู้ โดยผสมผสานการสะท้อน อภิปรายอยู่ตลอดการเรียนรู้ ซึ่งจะทำให้ นักเรียนเข้าใจในโมทัศน์อย่างลึกซึ้ง

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผู้สอนควรจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 ผู้สอนจะต้องตัดสินใจว่าบทเรียนที่ให้นั้นควรให้ความสำคัญในการกระตุ้นมากน้อยเพียงใด เช่น ถ้าบทเรียนนั้นๆ มีการกระตุ้นอยู่โดยธรรมชาติ ครูควรที่จะให้เวลากับการพิจารณา การแสดงความรู้เดิมหรือมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัย

1. ควรนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 มาประยุกต์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งผลให้นักเรียนมีการพัฒนาทักษะด้านอื่นๆ เช่น ทักษะการแก้ปัญหา

2. ควรมีการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 ในเนื้อหา คณิตศาสตร์อื่นๆ

เอกสารอ้างอิง

- โกวิท ปรวาลพฤกษ์. (2523). *การประเมินในชั้นเรียน*. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.
- ทิวดี มณีโชติ. (2549). *การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน*. นนทบุรี: สำนักพิมพ์ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.
- นวลจิตต์ เขาวีรติพงศ์. (2537). ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการเรียนการสอน. *สารพัฒนาหลักสูตร*, 14(119), 55-60.
- พรทิพย์ ไชยโส. (2544). การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อส่งเสริมการรู้จักควบคุมตนเองในการเรียนของนิสิตระดับปริญญาตรี โดยใช้กระบวนการประเมินผลระหว่างเรียน. *วารสารศึกษาศาสตร์ปริทัศน์*, 16(3), 65-79.
- พร้อมพรรณ อุตมสิน. (2533). *การประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วิชัย เสวกงาม. (2557). ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนในศตวรรษที่ 21. *วารสารครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย*, 42(2), 207-223.
- เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร. (2546). *สรุปรายงานวิจัย การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์*. เข้าถึงได้จาก <http://research.ipst.ac.th/?p=238>.
- _____. (2555). *ครบเครื่องเรื่องความรู้สำหรับครุคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์สินทวงศ์ การพิมพ์.
- ศศิธร แม่นสงวน. (2556). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2 พิมพ์ครั้งที่ 2*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ศิริวรรณ พิริยะสุรวงศ์. (2554). *เอกสารประกอบการสอนวิชาการฝึกทักษะการจัดการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: มปท.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2546). *คู่มือวัดผลประเมินผลวิทยาศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.
- _____. (2555). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ พิมพ์ครั้งที่ 3*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.
- สิริพร ทิพย์คง. (2542). *งานวิจัยการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: มปท.
- อัมพร ม้าคะนอง. (2552). *รายงานการวิจัยเรื่องการพัฒนาโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- _____. (2557). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- BSCS. (2006). *The BSCS 5E instructional model: origins, effectiveness, and applications*. Retrieved from http://www.bsos.org/sites/default/files/_legacy/BSCS_5E_Instructional_Model-Executive_Summary_0.pdf.
- Bybee, R., Taylor, J. et al. (2006). *The BSCS 5E instructional model: Origins and effectiveness*. Colorado Springs, CO: BSCS.
- Marshall, J.C. (2008). *Succeeding with Inquiry in Science and Math Classrooms*. Alexandria, Egypt: Ascd.
- Marshall, J.C., Horton and Smart. (2008). *4Ex2 Instructional Model: Uniting Three Learning Constructs to Improve Praxis in Science and Mathematics Classrooms. Research paper presented at Association of Science Teacher Education (ASTE) international conference*. St. Louis, MO.
- Tyminski, Haltiwanger, Zambak, Horton & Hedetniemi. (2013). Developing inquiry practices in middle grades mathematics teachers: Examining the introduction of technology. *Contemporary Issues in technology and teacher Education*, 13(4), 325-359.